Universität des Saarlandes
Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät (NT)

Fachrichtung Physik
Dr. Ferdi Schank
M.Sc. M. Schöndorf (Mail: marius@lusi.uni-sb.de)
M.Sc. E. Maikranz (Mail: e.maikranz@lusi.uni-sb.de)
Web: http://santen.physik.uni-saarland.de/

Saarbrücken, den 26.10.2018

Übungsblatt 2 zur Theoretischen Physik I+II für Lehramtskandidaten, WS2018

Aufgabe 1 *Freies Teilchen in krummlinigen Koordinaten* $[1 + 1 = 2$ Punkte$]$

Berechnen Sie für ein freies Teilchen die Lagrangefunktion in

a) Zylinderkoordinaten.

b) Kugelkoordinaten.

Aufgabe 2 *Perle auf rotierendem Draht* $[0,5 + 0,5 + 1 = 2$ Punkte$]$

Ein Teilchen sei auf einem kreisförmig rotierenden Draht angebracht und auf diesem frei beweglich (siehe Abbildung 1).

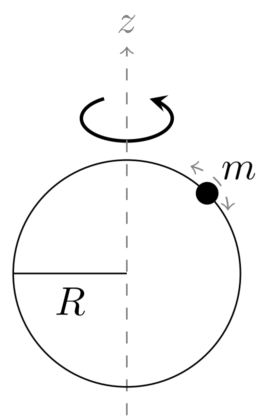

Abbildung 1

Der Draht rotiere mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um die z-Achse in einem kräftefreiem Raum.

a) Geben Sie die Zwangsbedingungen an.

b) Stellen Sie die Lagrangefunktion auf.

c) Leiten Sie die Bewegungsgleichung her.

Aufgabe 3 *Massenpunkt auf Kegelmantel* $[0,5+0,5+0,5+1+1,5=4$ Punkte$]$

Wir betrachten einen Massenpunkt auf einem Kegelmantel mit halben Öffnungswinkel Θ (siehe Abbildung 2) im homogenen Schwerefeld der Erde.

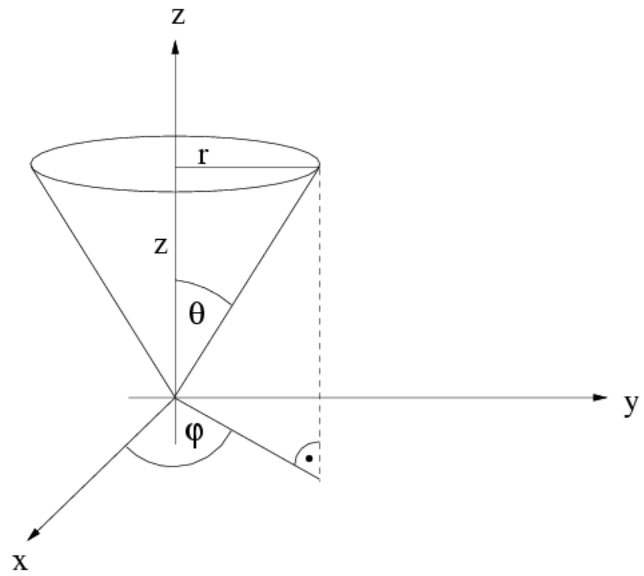

Abbildung 2

a) Was sind die Koordinaten des Massenpunktes in den eingezeichneten Koordinaten?

b) Berechnen Sie die Lagrangefunktion.

c) Welche räumliche Symmetrie hat die Lagrangefunktion?

d) Welche Erhaltungsgröße folgt aus der Symmetrie? Was nutzt Ihnen die Erhaltungsgröße ?

e) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf.

Aufgabe 4 *Noether-Theorem* [3 Punkte]

Das Noether-Theorem beschreibt einen allgemeinen Zusammenhang zwischen kontinuierlichen Transformationen, welche die Lagrangefunktion invariant lassen, und Erhaltungsgrößen. Sei eine Lagrangefunktion $L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ gegeben.
Wir betrachten die kontinuierliche Koordinaten Transformation:

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &\mapsto \mathbf{q}'(\mathbf{q}, t, \epsilon) \\ \dot{\mathbf{q}} &\mapsto \dot{\mathbf{q}}'(\dot{\mathbf{q}}, t, \epsilon) \end{aligned}$$

welche stetig differenzierbar sein soll. Weiterhin fordern wir

$$\begin{aligned} \mathbf{q}'(\mathbf{q}, t, 0) &= \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}}'(\dot{\mathbf{q}}, t, 0) &= \dot{\mathbf{q}} \end{aligned}$$

Sei $L'(\mathbf{q}', \dot{\mathbf{q}}', t, \epsilon) := L(\mathbf{q}(\mathbf{q}', t, \epsilon), \dot{\mathbf{q}}(\dot{\mathbf{q}}', t, \epsilon), t)$ die Lagrangefunktion in den transformierten Koordinaten. Ist die Lagrangefunktion unter solch einer Transformation invariant (i.e. $L'(\mathbf{q}', \dot{\mathbf{q}}', t, \epsilon) = L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$) so ist die sogenannte Noether-Ladung

$$Q = \sum_i \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{q}}_i} \frac{\partial q_i(\mathbf{q}', t, \epsilon)}{\partial \epsilon}\bigg|_{\epsilon=0}$$

erhalten. Beweisen Sie diese Aussage.

Hinweis: Betrachten Sie die partielle Ableitung nach ϵ der transformierten Lagrangefunktion.