Universität des Saarlandes
Naturwissenschaftlich-Technische Fakultät (NT)

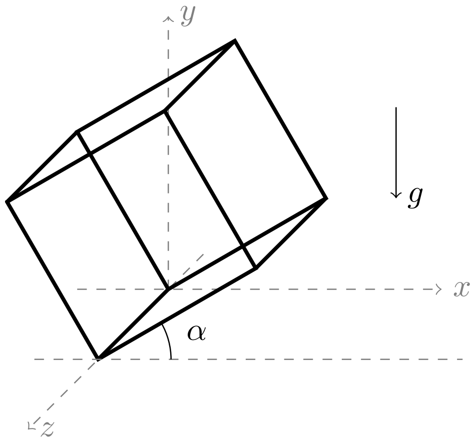
Fachrichtung Physik
Dr. Ferdi Schank
M.Sc. M. Schöndorf (Mail: marius@lusi.uni-sb.de)
M.Sc. E. Maikranz (Mail: e.maikranz@lusi.uni-sb.de)
Web: http://santen.physik.uni-saarland.de/

Saarbrücken, den 14.12.2018

Übungsblatt 9 zur Theoretischen Physik I+II für Lehramtskandidaten, WS2018

Aufgabe 1 *Kippender Würfel* [$4+4+2+2=12$ Punkte]

Betrachten Sie einen homogenen Würfel mit Masse M und Seitenlänge L, der an einer Kante fixiert ist. Der Würfel wird entlang dieser Kante auf einer Tischplatte (mit Winkel α zwischen nächster Würfelfläche und Platte) gehalten und dann losgelassen.



a) Bestimmen Sie Schwerpunkt und Trägheitstensor im eingezeichneten Koordinatensystem für den Fall $\alpha = 0$.
Hinweis: Aus Symmetriegründen müssen Sie nur zwei Komponenten des Trägheitstensors berechnen und können die restlichen Schlussfolgern.

b) Bestimmen Sie nun den Schwerpunkt und Trägheitstensor im eingezeichneten Koordinatensystem für $\alpha \neq 0$.

c) Bestimmen Sie nun den Trägheitstensor in einem Koordinatensystem, das entlang der z-Achse so verschoben wurde, dass die z-Komponeten des Schwerpunktes Null ist.
Hinweis: Der Steinersche Satz besagt

$$I'_{i,j} = I_{i,j} + M\left(\delta_{i,j}\mathbf{a}^2 - a_i a_j\right) - 2M\delta_{i,j}\mathbf{a}\cdot\mathbf{R} - Ma_i\mathbf{R}_j - Ma_j\mathbf{R}_i$$

wobei I der Trägheitstensor im alten System, $\mathbf{a}$ der Verschiebungsvektor vom alten ins neue System und $\mathbf{R}$ den Schwerpunkt im alten System bezeichnet.

d) Stellen Sie die Lagrangefunktion im Koordinatensystem aus c) da und wählen Sie geeignete generalisierte Koordinaten. Stellen sie anschließend die Bewegungsgleichungen auf.

Hinweis: die zz Komponente des Trägheitstensors im Koordinatensystem aus c) ist Unabhängig von α.

Aufgabe 2 *Spiralbewegung* $[2 + 1 + 1 = 4$ Punkte$]$

Ein Teilchen der Masse m bewege sich im homogenen Schwerefeld der Gravitation entlang einer Helix ($z = k\varphi$) mit konstantem Radius r. z und φ seien die üblichen Koordinaten in Zylinderkoordinaten und k eine beliebige Konstante.

a) Bestimmen Sie die Lagrangefunktion in Abhängigkeit von z und leiten Sie daraus mittels Legendre-Transformation die Hamiltonfunktion in Zylinderkoordinaten her. Vergleichen Sie diese mit dem Ausdruck für die kinetischen Energie Plus der potentiellen Energie.

b) Stellen Sie die kanonischen Bewegungsgleichungen auf und lösen Sie diese.

c) Drücken Sie die Hamiltonfunktion mit der Lösung aus b) aus. Was stellen Sie fest?

Aufgabe 3 *Perle auf rotierendem Draht* $[1 + 2 + 1 = 4$ Punkte$]$

Wir betrachten eine Perle, welche auf einem geraden Draht gleiten kann. Der Draht rotiere mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω in der Ebene (siehe Abbildung 1).

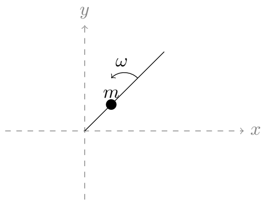


Abbildung 1

a) Bestimmen Sie die Lagrangefunktion in Polarkoordinaten und leiten Sie daraus mittels Legendre-Transformation die Hamiltonfunktion in Polarkoordinaten her. Vergleichen Sie diese mit dem Ausdruck für die kinetische Energie Plus der potentiellen Energie.

b) Stellen Sie die kanonischen Bewegungsgleichungen auf und lösen Sie diese.

c) Drücken Sie die Hamiltonfunktion mit der Lösung aus b) aus. Was stellen Sie fest?