



## Übungsblatt 11 zur Theoretischen Physik I+II für Lehramtskandidaten, WS2018

### Aufgabe 1 *Erhaltung magnetischer Monopole* [2 Punkte]

Bisher hat man in Experimenten keine magnetischen Ladungen nachweisen können. Sollte es eines Tages doch möglich sein, so lassen sich magnetische Ladungen beschreiben indem man eine magnetische Ladungsdichte  $\rho_m(\mathbf{r}, t)$  und eine magnetische Stromdichte  $\mathbf{j}_m(\mathbf{r}, t)$  einführt. Leiten Sie aus den modifizierten Maxwell-Gleichungen

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{B} &= 4\pi\rho_m \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_m\end{aligned}$$

die zugehörige Kontinuitätsgleichung für  $\rho_m$  und  $\mathbf{j}_m$  her. Interpretieren Sie die Kontinuitätsgleichung und stellen Sie diese in Integralform da.

### Aufgabe 2 *Poyntingvektor* [3 + 1 = 4 Punkte]

Durch einen Draht der Länge  $L$  und Radius  $R$  fließe unter der Potentialdifferenz der Enden  $V$  ein homogener Strom  $I$ .

- a) Berechnen Sie, das elektrische Feld und die magnetische Flussdichte in- und außerhalb des Drahtes. Die Ergebnisse (in cgs Einheiten) sind für  $0 \leq z \leq L$ :

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= E_z \hat{e}_z \\ E_z &= \frac{V}{L} \begin{cases} 1, & r \leq R \\ 0, & r \geq R \end{cases} \\ \mathbf{B} &= B_\varphi \hat{e}_\varphi \\ B_\varphi &= \frac{2I}{c} \begin{cases} \frac{r}{R^2}, & r \leq R \\ \frac{1}{r}, & r \geq R \end{cases}\end{aligned}$$

- b) Berechnen Sie den Poyntingvektor in- und außerhalb des Drahtes.

**Hinweis:** Die Felder sind zeitunabhängig.

**Aufgabe 3** Galilei-Transformation [3 + 2 = 5 Punkte]

a) Zeigen Sie das für ein zeitabhängiges Vektorfeld  $\mathbf{F}$  unter der Galilei-Transformation

$$\begin{aligned}t &\mapsto t + \tau \\ \mathbf{r} &\mapsto U\mathbf{r} + \mathbf{v}t + \mathbf{R}\end{aligned}$$

( $\mathbf{v}$  ist konstante Geschwindigkeit und  $U$  eine konstante Drehmatrix).

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{F} &= \nabla' \cdot \mathbf{F}' \\ \nabla \times \mathbf{F} &= \nabla' \times \mathbf{F}' \\ \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial t} &= \left( (\mathbf{v} \cdot \nabla') + \frac{\partial}{\partial t'} \right) \mathbf{F}'\end{aligned}$$

gilt.

**Hinweis:** Erinnern Sie sich an die Transformation von Vektorfelder mithilfe der Jacobi-Matrix. Drücken Sie die alten Komponenten und Basisvektoren in den neuen aus und verwenden Sie die Kettenregel. Außerdem gilt für die Transformation des Levi-Civita Symbols unter Rotation (mit ESVK)

$$\epsilon_{jki} = \epsilon'_{spq} U_{js} U_{kp} U_{qi}$$

b) Transformieren Sie die Maxwell-Gleichungen

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= 4\pi\rho \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\end{aligned}$$

mittels der Galilei-Transformation.

Was ist problematisch und welche Erklärungsmöglichkeiten gibt es ?