



## Übungsblatt 13 zur Theoretischen Physik I+II für Lehramtskandidaten, WS2018

### Aufgabe 1 *Elektrostatische Energie einer homogen geladenen Kugel* [3 Punkte]

Berechnen Sie die elektrostatische Energie einer homogen geladenen Kugel mit Radius  $R$  und Ladung  $Q$ .

### Aufgabe 2 *Magnetfeld einer rotierenden Hohlkugel* [1 + 3 + 2 = 6 Punkte]

Wir betrachten eine unendlich dünne geladene Kugelschale mit Radius  $R$  und Gesamtladung  $Q$ . Diese Hohlkugel drehe sich mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um eine durch den Kugelmittelpunkt laufende Achse.

- a) Bestimmen Sie die Ladungsdichte  $\rho$  der Hohlkugel in Kugelkoordinaten. Zeigen Sie damit, dass die Stromdichte die Form

$$\mathbf{j} = \sigma (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) \delta(r - R)$$

hat. Bestimmen Sie  $\sigma$ .

- b) Berechnen Sie das Vektorpotential  $A$  und bringen Sie es auf die Form

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{Q}{3Rc} (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) f(r)$$

wobei innerhalb der Kugel  $f(r) = 1$  und außerhalb  $f(r) = \left(\frac{R}{r}\right)^3$  ist.

Hinweis: Wählen Sie das Koordinatensystem, sodass  $\mathbf{r}$  und  $\mathbf{r}'$  den Winkel  $\Theta'$  in Kugelkoordinaten einschließen.

- c) Berechnen Sie die magnetische Induktion  $B$  in- und außerhalb der Kugel. Legen Sie dazu die  $z$ -Achse auf  $\boldsymbol{\omega}$ .

### Aufgabe 3 *Multipolentwicklung* [3 + 3 + 5 = 11 Punkte]

Berechnen Sie das Monopol-, Dipol- und Quadropolmoment nachfolgender Ladungsverteilungen und geben Sie damit die ersten drei Terme des Potentials in der Multipolentwicklung an.

- a) Zwei Punktladungen mit Ladung  $q$  befinden sich auf der  $z$ -Achse bei  $\pm a$ . Außerdem sitzt eine Punktladung mit Ladung  $-2q$  im Ursprung.
- b) Ein unendlich dünner Kreisring mit homogener Ladungsverteilung, Radius  $R$  und Gesamtladung  $-q$ . Weiterhin sitzt im Ursprung eine Punktladung mit Ladung  $q$ .
- c) Ein homogen geladener Rotationsellipsoid mit Halbachsen  $a$  und  $b$ , sowie Gesamtladung  $q$ .  
Bemerkung: Der Rotationsellipsoid sei in der  $x$ - $y$  Ebene symmetrisch. Das Rotationsellipsoid kann als Modell für Atomkerne dienen.